



Università degli Studi di Udine

Elementi di Informatica Rappresentazione dei dati

prof. Maurizio Pighin, dott. Lucio Ieronutti (Udine)

dott. Germano Pettarin (Pordenone)

Dipartimento di Matematica e Informatica

Facoltà di Economia



La rappresentazione dell'informazione

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- La teoria dell'informazione riguarda la rappresentazione dei dati e la loro elaborazione
- La rappresentazione abituale (reale) delle informazioni è analogica
 - *Suoni, immagini*
- Alcune rappresentazioni si basano su codici condivisi
 - *Linguaggio (fonemi, una trentina di elementi)*
 - *Scrittura (alfabeto italiano, 21 simboli)*
 - *Matematica (rappresentazione decimale dei numeri, 10 simboli più operatori)*

Slide 2





Rappresentazione dell'informazione

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- I computer lavorano su una rappresentazione binaria dell'informazione
 - Si basa su due simboli (es. 0/1)
- Perché?
 - Tecnicamente pratica
 - E' facile rappresentare due stati: acceso/spento, due polarizzazioni magnetiche, ..
- L'entità minima di informazione è il bit (Binary Digit), che permette di rappresentare due sole diverse informazioni
- I dati più complessi sono rappresentati attraverso sequenze di bit

Slide 3



Quanta informazione codifico?

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Ogni bit può assumere 2 valori diversi
- Quindi
 - Con un bit si rappresentano 2 informazioni diverse
 - Con due bit $2 \times 2 = 2^2 = 4$ informazioni;
 - Con N bit 2^N informazioni diverse
- Esempi:
 - Una stringa di 4 bit permette di rappresentare $2^4 = 16$ informazioni diverse
 - Una stringa di 4 caratteri alfabetici permette di rappresentare $21^4 = 194.481$ parole diverse

Slide 4





Quanti bit mi servono?

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Quante bit servono per rappresentare in binario M diverse informazioni?
 - Dato che N bit rappresentano 2^N informazioni, N deve essere tale che
$$2^N \geq M$$
- Esempio
 - Per rappresentare 57 informazioni diverse in base 2
 - $2^6=64 > 57$
 - $2^5=32 < 57$
 - Servono 6 bit

Slide 5



La rappresentazione dei numeri

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Notazione posizionale
 - *E' la notazione in cui operiamo normalmente*
 - Abbiamo una serie di dieci simboli ordinati: "0", "1", ..., "9"
 - Il loro significato dipende dalla posizione che assumono nella "parola" che codifica un numero
 - $s_{n-1}s_{n-2}...s_1s_0 = s_{n-1} \cdot 10^{n-1} + s_{n-2} \cdot 10^{n-2} + ... + s_1 \cdot 10^1 + s_0 \cdot 10^0$
 - Es: $1967 = 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$
 - "10" è la base della rappresentazione, ovvero il numero di simboli usati
 - *Permette di rappresentare numeri anche utilizzando basi diverse*
 - Base 2, simboli 0,1
 - $s_{n-1}s_{n-2}...s_1s_0 = s_{n-1} \cdot 2^{n-1} + s_{n-2} \cdot 2^{n-2} + ... + s_1 \cdot 2^1 + s_0 \cdot 2^0$
 - Es: $1011_{b_2} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 8+0+2+1 = 11_{b_{10}}$

Slide 6





Conversioni tra basi

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Da base 2 a base 10

– Il numero in base 2 $s_{n-1}s_{n-2}...s_1s_0$ e' equivalente a

$$N_{b10} = s_{n-1} * 2^{n-1} + s_{n-2} * 2^{n-2} + ... + s_1 * 2^1 + s_0 * 2^0$$

- Da base 10 a base 2

$$\begin{aligned} N_{b10} &= s_{n-1} * 2^{n-1} + s_{n-2} * 2^{n-2} + ... + s_1 * 2^1 + s_0 * 2^0 = \\ &2 * (s_{n-1} * 2^{n-2} + s_{n-2} * 2^{n-3} + ... + s_1 * 2^0) + s_0 = \\ &2 * (2 * (s_{n-1} * 2^{n-2} + s_{n-2} * 2^{n-3} + ...) + s_1) + s_0 = \end{aligned}$$

.....

⇒ $N/2 = N'$ con il resto di s_0

$N'/2 = N''$ con il resto di s_1

$N''/2 = N'''$ con il resto di s_2

– *Iterativamente troviamo tutti i bit*

Slide 7



Esercizio

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Convertire 111011 da base 2 a base 10

$$\begin{aligned} &1 * 2^0 + 1 * 2^1 + 0 * 2^2 + 1 * 2^3 + 1 * 2^4 + 1 * 2^5 = \\ &= 1 + 2 + 0 + 8 + 16 + 32 = 59 \end{aligned}$$

- Convertire 59 da base 10 a base 2

$$59/2 = 29 \text{ resto } 1 \quad \rightarrow 1 * 2^0$$

$$29/2 = 14 \text{ resto } 1 \quad \rightarrow 1 * 2^1$$

$$14/2 = 7 \text{ resto } 0 \quad \rightarrow 0 * 2^2$$

$$7/2 = 3 \text{ resto } 1 \quad \rightarrow 1 * 2^3$$

$$3/2 = 1 \text{ resto } 1 \quad \rightarrow 1 * 2^4$$

$$1/2 = 0 \text{ resto } 1 \quad \rightarrow 1 * 2^5$$

Slide 8





Aritmetica in base 2

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- E' quella usuale (che si basa sulla posizione)
- Esempi:
 - *Somma*
 - $0+1=1$; $1+0=1$; $1+1=10$
 - $00101100+00011001=01000101$

$$\begin{array}{r} 00101100+ \\ 00011001= \\ \hline 01000101 \end{array}$$

Slide 9



Aritmetica in base 2

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- *Prodotto*
 - $0*1=0$; $1*0=0$; $1*1=1$; $0*0=0$
 - $1101*11=100111$

$$\begin{array}{r} 1101* \\ 11= \\ \hline 1101 \\ 1101 \\ \hline 100111 \end{array}$$

Slide 10





I numeri naturali

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- La rappresentazione binaria dei numeri permette di rappresentare numeri naturali (cioè interi positivi, incluso lo zero)
- Nei calcolatori i bit a disposizione per memorizzare un numero sono limitati
 - Di solito il numero di cifre (bit) per rappresentare un numero è fissato a 8 (byte), 16(word), 32(double word)
 - Avendo N bit si possono rappresentare numeri da 0 a 2^N-1
 - Se durante un'operazione aritmetica si va oltre 2^N-1 si genera il cosiddetto errore di overflow
 - Esempio: 4 bit, $1011+0111=10010$ (overflow)

Slide 11



I numeri “negativi”

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Sono indispensabili nell'aritmetica usuale, ma si pone il problema di come codificarli
- Idea
 - N bit rappresentano 2^N numeri diversi
 - Per i numeri naturali, avevamo “deciso” che la numerazione partiva da 0
 - Scegliamo invece un intervallo a cavallo dello zero, che includa quindi numeri positivi e negativi
- La codifica dovrebbe mantenere le regole dell'aritmetica...



Slide 12





Per esempio... una codifica

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Dati N bit per rappresentare un numero
 - Il primo bit indica il segno (0=positivo, 1=negativo),
 - Gli altri N-1 il valore assoluto del numero
 - Esempio a 4 bit:

0000 = +0	1000 = -0
0001 = +1	1001 = -1
0010 = +2	1010 = -2
.....
0111 = +7	1111 = -7
- Due problemi
 - Sono possibili due rappresentazioni dello zero (0000, 1000)
 - Non si possono fare le operazioni aritmetiche con le regole usuali
$$0010 + 1011 = 1101$$
$$2 + (-3) = (-5) \text{ ERRATO}$$

Slide 13



Una codifica che funziona: il complemento a due

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Il primo bit è il segno (0=positivo, 1=negativo)
- Numeri positivi
 - Si codifica il valore con gli altri N-1 bit
- Numeri negativi
 - Si rappresenta in complemento a 2 il corrispondente numero positivo
 - Si invertono tutti i bit
 - Si aggiunge 1
- Esempio (N=4 bit)
 - +5 = 0101
 - -5 : +5=0101 → 1010 → 1010+0001=1011
- Le operazioni aritmetiche usuali sono rispettate

Slide 14





I numeri “con la virgola”

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Un numero con la virgola può essere rappresentato come combinazione di due numeri interi
 - *Un numero decimale generico può essere scritto come numero intero diviso per un'opportuna potenza della base (moltiplicato per una potenza negativa della base)*
 - $0,0190 = 19/1.000 = 19 \cdot 10^{-3}$
 - $565,23 = 56.523/100 = 56.523 \cdot 10^{-2}$
 - $N = \text{mantissa} \cdot 10^{\text{esponente}}$
 - *Dando per scontata la base, la coppia di numeri interi che rappresenta il numero decimale è*
<mantissa, esponente>

Slide 15



Rappresentazione “floating point” (o “virgola mobile”)

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Il numero viene rappresentato nella notazione esponenziale come coppia <mantissa, esponente>
- La notazione floating point permette anche di rappresentare in modo approssimato numeri più grandi di quanto sarebbe permesso dal numero di bit disponibili
 - *Esempio: 5 cifre (decimali) a disposizione*
 - 312.545 ha 6 cifre -> overflow
 - $312.545 = 3125.45 \cdot 10^2 = \langle 3125,2 \rangle$
 - Si perde in precisione, ma possiamo codificare numeri “grandi”

Slide 16





Floating point nel calcolatore

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Sia mantissa che esponente vengono rappresentati con un numero fissato di bit, a cui si aggiungono i bit di segno per la mantissa e l'esponente (standard IEEE 754)

– *Esempio*

- Avendo 32 bit, se ne usa 1 per il segno del numero (S), 8 per il valore dell'esponente (7 più un bit di segno) (E), 23 per il valore assoluto della mantissa (M), la rappresentazione è da $\pm \sim 10^{-44}$ a $\sim 10^{+38}$
- Avendo 64 bit, se ne usa 1 per il segno del numero, 11 per l'esponente (10 più un bit di segno), 52 per il valore assoluto della mantissa, la rappresentazione è da $\pm \sim 10^{-323}$ a $\sim 10^{+308}$

$$(-1)^S \times 2^E \times M$$

Slide 17



Floating point nel calcolatore

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- I numeri decimali hanno una rappresentazione approssimata in un floating-point binario (o viceversa)
- Es.

7,25 in base 10 -> 111,01 -> <0;0...0011101;10000010>

mantissa (23 bit): 00000000000000000011101

caratteristica (8bit=-2): 10000010

7 -> $1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$ (visto nelle precedenti slide)

0,25 -> $0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$ (moltiplico il numero per 2 e prendo al parte intera)

7,3 in base 10 -> 111,01001... ->

mantissa (23 bit): 11101001100110011001100

caratteristica (8bit=-20): 10010100

7 -> $1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$

0,3 -> $0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 0 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + \dots$
periodico

Slide 18





Rappresentazione del testo

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Vogliamo rappresentare tutto ciò che può entrare in un testo:
 - Lettere dell'alfabeto maiuscole e minuscole,
 - Segni di punteggiatura,
 - Cifre,
 - Indicatori di fine della riga o pagina, ecc.
- Idea: una stringa di bit per ogni carattere
- Esistono codifiche diverse: es.: ASCII, UNICODE, EBCDIC, ...
 - Il più diffuso è ASCII (American Standard Code for Information Interchange), che usa 7 bit per codificare i caratteri (inclusi in un byte con il primo bit a 0)
 - ASCII esteso: codifica anche simboli speciali (es. è à ü), con il primo bit a 1; non è realmente standard
 - UNICODE: 16 bit, 65536 caratteri, permette di rappresentare caratteri per tutti gli alfabeti

Slide 19



Rappresentazione del testo

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Esempi

	ASCII	UNICODE
– c:	01100011	00000000 01100011
– a:	01100001	00000000 01100001
– n:	01101110	00000000 01101110
– e:	01100101	00000000 01100101
- ASCII
 - cane: 01100011011000010110111001100101
- UNICODE
 - cane:
0000000001100011000000000110000100000000011011100
000000001100101

Slide 20





Rappresentazione dell'informazione multimediale

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Computer più potenti, prezzi ridotti
 - *Possiamo trattare informazione più complessa (multimediale)*
- Come?
 - *Rappresentazione digitale delle informazioni:*
 - Immagini fisse
 - Suoni
 - Video
 - *Problemi di ingombro della rappresentazione*
 - Tecniche di compressione

Slide 21



Codifica bitmap delle immagini

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Un'immagine viene suddivisa tramite una griglia in quadratini detti pixel (picture element)
 - *Ogni pixel assume come valore il colore medio dell'area che rappresenta (secondo un qualche modello del colore)*
 - *La griglia è ordinata dal basso verso l'alto e da sinistra verso destra, e corrisponde ad una matrice costituita dai valori dei pixel*
- L'insieme dei valori dei pixel è una approssimazione dell'immagine
- La precisione della codifica dipende
 - *Dal numero di pixel nella griglia*
 - *Dal numero di valori che il pixel può assumere (b/n, toni di grigio, colore)*

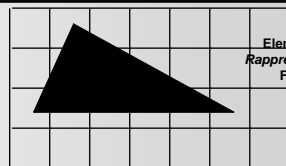
Slide 22





Un esempio

- Codifica di immagini in b/n senza sfumature
- Ogni pixel è rappresentato con 1 bit:
 - 0 = bianco ;
 - 1 = nero
- Griglia composta da 7x4 pixel



Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

immagine e griglia

0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0

rappresentazione in pixel

0000000011110001100000100000
rappresentazione numerica

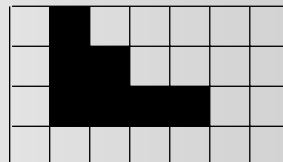


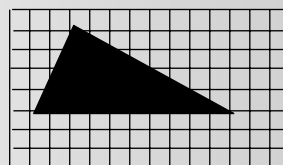
immagine digitale (approssimata)

Slide 23

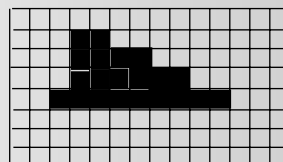


Precisione della codifica: risoluzione spaziale

- Maggiore è il numero di pixel che compongono la griglia
 - Migliore è l'approssimazione dell'immagine
 - Maggiore è l'ingombro



griglia 14x8



Slide 24





Precisione della codifica: livelli di grigio

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Con 1 bit per pixel possiamo codificare solo bianco e nero
- Normalmente le immagini presentano una serie continua di sfumature dal bianco al nero
- Se associamo più bit ad ogni pixel, possiamo codificare il corrispondente numero di sfumature (livelli) di grigio; per esempio:
 - 4 bit -> 16 livelli di grigio
 - 8 bit -> 256 livelli di grigio o palette di 256 colori
 - 24 bit -> codifica più precisa dei colori (es. RGB)
- Anche questa è un'approssimazione, in quanto discretizziamo un valore continuo

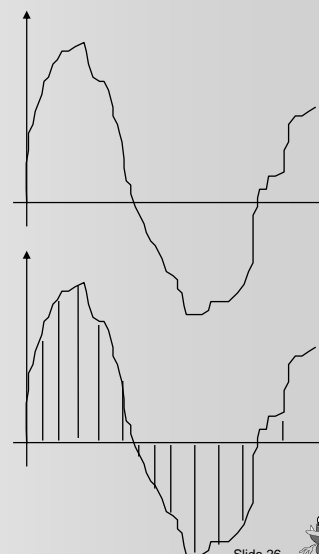
Slide 25



Codifica del suono

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- I suoni sono dati da variazioni nella pressione dell'aria che possono essere rilevate (dall'orecchio, dal microfono) e trasformate in impulsi elettrici
- Questi impulsi possono essere
 - Misurati a intervalli determinati
 - Trasformati in un'approssimazione digitale dell'onda sonora



Slide 26





Suoni: precisione della codifica

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Come nelle immagini, la precisione della codifica dipende da due fattori
 - *Frequenza di campionamento, ovvero l'intervallo di tempo tra una misurazione e l'altra*
 - *Rappresentazione binaria del campione: anche il valore misurato viene trasformato in un valore discreto*
- Concretamente, se il suono deve essere ascoltato, possiamo basarci sui limiti del nostro udito (8-20.000 Hz, percezione di differenze fino ad una certa soglia)
 - *44 KHz come frequenza di campionamento*
 - *16 bit/campione (=65.536 valori diversi)*

Slide 27



Codifiche video

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Un'immagine in movimento viene memorizzata come sequenza di fotogrammi, catturati a intervalli fissati (es. 25/s)
- La codifica digitale è simile: una sequenza video corrisponde ad una sequenza di immagini
- Il problema dell'ingombro in memoria è particolarmente pesante
 - *Si cerca di codificare solo le differenze tra fotogrammi*
- Precisione della codifica: dipende da
 - *Risoluzione dell'immagine*
 - *Codifica del colore (numero di bit per pixel)*
 - *Numero di fotogrammi al secondo (tenendo presente che l'occhio ha un tempo di latenza di 1/25 s)*
- Formati video
 - *MPEG 1-2-4, Quicktime, AVI*

Slide 28





Ingombro in memoria

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Alcuni esempi:
 - Testo equivalente a libro di 200 pagine: 390,63 KB
($80 \times 25 \times 200 = 400.000$ Byte)
 - Immagine b/n 512x512: 32 KB
($512 \times 512 / 8 = 32.768$ Byte)
 - Immagine 640x480, 256 colori: 300 KB
($640 \times 480 / 8 \times 8 = 307.200$ Byte)
 - Immagine 1024x768, 16 milioni di colori: 2,25 MB
($1024 \times 768 / 8 \times 24 = 2.359.296$ Byte)
 - 1 minuto di suono, 44 KHz, 16 bit: 5,06 MB
($44.000 \times 60 \times 2 = 5.280.000$ Byte)
 - 1 minuto di video 320x240, 25 f/s, 256 colori: 109,86 MB
($320 \times 240 / 8 \times 8 \times 25 \times 60 = 115.200.000$ Byte)
- E' utile adottare delle strategie per ridurre queste dimensioni tramite algoritmi di compressione (ad esempio, LZW, GIF, TIFF, ZIP, JPG, MP3)

Slide 29



Esempi d'esame

Elementi di Informatica
Rappresentazione dei dati
Facoltà di Economia

- Esempi cap.01

Slide 30

